

Att bygga läroobjektstruktur med hjälp av resursarkiv

Building learning objects structure from resource archives

Olav Melander

olvis@kth.se

2004-08-30

Examensarbete i: Matematikdidaktik

Handledare: Ambjörn Naeve

Examinator: Roger Wallis

Uppdragsgivare: Utbildningsradion, UR

Sammanfattning

Skolsystemet i Sverige är ständigt i utveckling, kursplaner och betygssystem förändras, lärarrollen byter karaktär och eleverna har nya kunskaper att ta hänsyn till. En tydlig tendens är att utbildningarna blir mer flexibla och sätter individen i centrum. Denna undervisningsform kallas ofta flexibelt lärande och tar stor hänsyn till den enskilda elevens önskemål och förutsättningar.

Flexibla skolsystem kräver nya lärarroller, varje elev har sitt egna sätt att ta in kunskap på, vilket direkt påverkar lärares sätt att undervisa. En stor svårighet med den nya lärarrollen är att som lärare kunna förklara problem och lösningar till problem på ett individbaserat sätt. Här får de digitala läresurserna sin naturliga plats i undervisningen, de har ju i grunden samma bakomliggande tanke som flexibelt lärande. Till exempel kan digitala läresurser användas för att fördjupa individens förståelse av ämnet, detta genom att på ett eller annat vis gestalta matematiken, till exempel genom att visa en grafisk representation av formler och begrepp.

För att vidare undersöka möjligheterna att använda digitala läresurser har detta arbete brukat en metod som bygger på kunskap och erfarenhet som Ambjörn Naeve (lärare och forskare i matematik och datalogi på KTH) samlat in. Utifrån dessa erfarenheter har en webbaserad portfölj skapats där utvalda komponenter (byggda som så kallade Mathlets) utgjort en pedagogisk struktur som legat till grund för resultatet av arbetet.

Arbetet med digitala lärobject i portföljer och samtal med pedagoger har resulterat i ett förslag på en implementeringsstruktur för läromoduler. Strukturen bygger på fem olika nivåer som implementerats i Utbildningsradions matematikportfölj (läromodul).

1. Introduktion av matematiska begrepp.
Så att användaren snabbt och översiktligt får en bild av problematiken. Förhoppningsvis väcks här ett intresse att läsa vidare och lära sig mer.
2. Verklighetsanknytning.
Det är lättare att förstå ett problem om man knyter an till verkligheten.
3. Lek och Lär.
Inläringen sker samtidigt som personen utför mer lekfulla moment.
4. Fördjupningsarbete.
Mer komplicerade problem och instuderingsmaterial finns här tillgängligt.
5. Länkar.
Sista nivån i denna struktur är en samling länkar.

Detta arbete har skapat en tydligare och klarare definition av vad ett lärobject är och hur det kan användas i realiteten. Vidare har arbetet med lärobjecten bidragit till att även den sammansatta läromodulens användningsområde och användarsituation klarlagts, vilket har bidragit till en vidareutveckling av den matematiska läromodulen.

Däriigenom har Utbildningsradion uppnått en ökad förståelse för hur digitalt lärande kan forma sig, hur lärare kan dra nytta av läromoduler och i vilka sammanhang materialet passar in i undervisningen.

Abstract

The Swedish school system is in constant development, course plans and grade systems change, the role of teachers is also changing and students have new demands on learning to take into consideration. We see a tendency towards education becoming more flexible, focusing on the learning individual. This type of education is often referred to as “flexible learning”, which to a higher degree takes the individual student’s demands and prerequisites into consideration.

Flexible school systems require new teaching roles, since each student has her own way of learning, a fact which directly has to affect the teacher’s way of teaching. One big difficulty with the new teaching role is for the teacher to explain the problems and solutions of a subject to each individual. This is where digital learning objects get their natural place in the teaching, based on the same thoughts as the flexible learning methodology. Digital learning objects can, for example, be used for developing and deepening the individuals understanding of the subject. This can be done by giving mathematics a visual representation, for example of a specific formula or concept.

This work has used a method which builds on techniques developed by Ambjörn Naeve¹ in order to exploit the use of digital learning objects (Naeve, 2001a, b, c). Building on these experiences, a “learning-module” has been created at Utbildningsradion, where selected components (Mathlets) can be assembled and arranged according to the pedagogy of question-based learning – introduced in (Naeve, 1997). These structures constitute the foundation for the results of this work.

The work with digital learning objects in portfolios and discussions with teachers has resulted in a suggestion for an implementation of learning modules. The structure is based on five different levels that have been implemented in Utbildningsradions mathematical portfolio² (learning-module).

1. *Introduction of mathematical concepts.*
So that the user fast and in an easy grasp way, gets a picture of the complexity of the problems
2. *Connect to real world problems.*
It is easier to understand a problem if it is put into a real world context.
3. *Play and Learn.*
Learning in a more playful way.
4. *In-depth studies.*
More complex problems and study material are here made available.
5. *Links.*
The last level of this structure is a collection of links.

This work has created examples of what learning objects can be, and how they can be used in practical teaching situations. The learning objects, in this case called *Mathlets*, have also contributed to an increased understanding of the use of compound learning-modules, and these aspects have in turn contributed to the further development of the mathematics learning module itself. Utbildningsradion has gained a greater understanding of how the learning process can be

¹ A mathematician and computer scientist, and a researcher/teacher at KTH for more than 30 years.

² UR’s learning module portfolios – of which there are presently six - are based on the SCAM-portfolio system developed under the coordination of the KMR group at KTH (<http://kmr.nada.kth.se>), headed by Ambjörn Naeve.

”digitally supported”, how teachers can benefit from using the learning modules, and in which contexts the material fits in with the corresponding teaching strategy.

Innehållsförteckning

Ordlista	6
1.1 Syfte	7
1.2 Bakgrund	7
1.3 Forskningen i dag	7
1.4 Samband och motsägelser	8
1.5 Metod	8
1.6 Avgränsningar	8
1.7 Problemformulering	8
2 Digitala hjälpmedel	9
2.2 Digitala lärobjekt	9
3 Om UR	10
3.1 Historik	10
3.2 Verksamheten idag	10
4 URs lärmoduler	10
4.1 Pedagogisk verktygslåda	11
4.2 Mer om lärmoduler	11
5 Begreppet "Lärobjekt"	12
5.1 Lärobjektets användarsituation	12
6 Olika typer av lärobjekt	13
6.1 Bok	13
6.2 Video	13
6.3 Datorprogram	13
7 Matematisk visualisering	13
7.1 Bakgrund	13
7.4 Mathlets för och nackdelar	14
8 Att välja matematiskt begreppsområde	16
8.1 Introduktion	16
8.2 UR:s programinnehåll (matematik)	16
8.2.1 Målgruppsanalys	17
8.3 En matematisk beskrivningsrymd	17
8.3.1 Definition	17
8.3.2 Frågor:	18
8.3.3 Svar:	18
8.3.4 Sammanfattning:	20
8.3.5 Valda matematiska problemområden:	20
9 Att bygga en lärmodul	20
9.1 Strukturarbete	20
9.2 Pedagogiken och strukturen	20
9.3 Pedagogiska steg	21
9.3.1 Kommentarer och reflektion	21
9.4 Lärobjektens användning – tänkbara användarsituationer	22
9.4.1 Användarsituation I – kompletterande material	22
9.4.2 Användarsituation II – lek objekt	22
9.4.3 Användarsituation III - hemarbete	22
9.4.4 Användarsituation IV – skapa egna lärobjekt	22
9.4.5 Användarsituation V – stödundervisning	22
10 Frågebaserad Inläring (FBI)	23
10.1 Nya lärroller	23
11 Kunskapens Trädgård	25
11.1 Kommentarer och reflektion	25
12 Framgångsrika lärare	26
12.1 Kommentarer och reflektion	26
13 Framtidens matematikundervisning	27
13.1 En vision:	27
14 Resultat	28
14.1 Strukturmall - matteportfölj	28

15 Slutsats	29
16 Förslag på vidareutveckling	29
17 Litteratur och referensförteckning	30
17.1 Rapporter:	30
17.2 Tidskrifter:	31
17.3 Böcker:	31
18 Relevanta webbplatser	31
18.1 Mathlets:	31
18.2 Matematiska visualiserings applikationer:	32
18.3.1 Övrigt:	32
Bilaga 1	33

Ordlista

Nedan beskrivs ord och uttryck som används i arbetet.

Ord:	Definition:
Lärobjekt	Enheter med ett pedagogiskt innehåll. Ett lärobjekt kan till exempel bestå av en bok med text och bilder, eller av en ljudfil med musik och någon berättelse.
Lärmodul	Sammankopplade lärobjekt i en genomtänkt pedagogisk struktur. Kan till exempel bestå av en webbplats uppbyggd av lärobjekt, eller en välstrukturerad DVD.
Java Applets	Ett litet program som normalt sett körs i webbläsaren på användarsidan. Applets är filer som är kompillerade och infogade i en webbläsare från exempelvis ett html-dokument.
Mathlets	Java Applets med matematiskt innehåll.
Portföljmapp	En allmänt tillgänglig mapp som används som behållare vid insamling av material.
Plug-in	Kan beskrivas som en tilläggsfunktion som ansluts till en programvara och gör det möjligt att visa och köra applikationer av en viss typ, till exempel Java Applets.
Open source	Mjukvara som gjorts tillgänglig under en speciell licens som tillåter modifieringar och vidaredistribution.
Syntax	Dataprogrammets struktur som styr vad datorn ska utföra för beräkningar.
Frågebaserat Inlärningsystem	Innebär att elever har möjlighet att lyssna och ta del av en mängd olika saker, men det är hela tiden det egna intresset som styr, och de egna frågeställningarna som filtreras fram.
Flexibelt lärande	Ger den studerande möjlighet att välja tid, plats, tempo och form för studierna. Den studerande står i centrum - utbildningsanordnarna förändrar sin pedagogik, organisation och teknik för att möta de studerandes behov.

1 Introduktion

1.1 Syfte

Syftet med detta arbete är att illustrera begreppen ”läromodul” och digitala ”lärobjekt” för att bland annat se i vilka situationer de passar in i matematikundervisningen. Läromodulerna kan sedan ligga till grunden för ett frågebaserat (=intressebaserat) inläringssystem där elever i skolan inte ska behöva fyllas av känslan att ”jag måste lära mig det som läraren redan kan” (läraren som kunskapsfilter). I stället ska man uppmuntras att känna att läraren är en viktig resurs som kan hjälpa mig att ta reda på det som jag vill veta (läraren som kunskapstränare). [(7)]

1.2 Bakgrund

Skolsystemet i Sverige är ständigt i utveckling, kursplaner och betygssystem förändras, lärares roller byter karaktär och eleverna har nya kunskaper att ta hänsyn till. En tydlig tendens är att utbildningarna blir mer flexibla och sätter individen i centrum. Denna undervisningsform kallas flexibelt lärande, där tas stor hänsyn till den enskilda eleven och hans eller hennes egna önskemål och förutsättningar. Ett flexibelt lärande ger den studerande möjlighet att välja tid, plats, tempo och form för studierna. Den studerande står i centrum när utbildningsanordnarna förändrar sin pedagogik, organisation och teknik för att möta de studerandes behov. (CFL, Centrum för Flexibelt Lärande)

Denna typ av skolsystem kräver nya lärarroller, varje elev har sitt egna sätt att ta in kunskap på, vilket direkt påverkar lärares sätt att undervisa [(2)]. Det gamla skolsystemet, - där läraren inledde lektionerna med att ha en genomgång, för att sedan låta eleverna läsa eller räkna på egen hand – täcker inte längre dagens behov. (Naeve A, 1999).

Den stora svårigheten med den nya lärarrollen är att som lärare kunna förklara problematiken på olika sätt så att alla elever hänger med i resonemangen. Det är här de digitala lärresurserna får sin naturliga plats i undervisningen. (Naeve A, 1999).

1.3 Forskningen i dag

Det finns många exempel på forskning inom området för digitala läromedel. På KTH i Stockholm finns en avdelning kallad, CID (Centre for user oriented IT Design), - som bland annat sysslar med forskning och utveckling inom området interaktiva lärmiljöer. Detta arbete leds av Ambjörn Naeve som har undervisat och forskat i matematik och datalogi på KTH i över 30 år. Ett av de större projekt som Ambjörn realiserat är ”Kunskapens Trädgård” [(2)] som har som mål att medverka till utvecklingen och spridningen av interaktiva lärmiljöer på Internet.

I andra lärmiljöer har man tagit fasta på idén att kunskap och spel går hand i hand och då har man utvecklat interaktiva lärospel inom bland annat matematik.

1.4 Samband och motsägelser

En aspekt att belysa när det gäller lärmöduer och användning av digitala läroresurser i skolan, är tillgången på datorer. Det är inte självklart att alla skolor har tillgång till datorer i alla klassrum, eller att tillräckligt många är uppkopplade mot Internet. Med tanke på att lärmöduerna i allmänhet inte fungerar utan dator med tillgång till Internet skulle detta kunna vara ett problem. Detta ”problem” är dock förmodligen inte betydande då de flesta skolor har någon form av datorer med förbindelse till Internet. [(5)]

1.5 Metod

I denna rapport har en metod används som bygger på forskning av Ambjörn Naeve. Här finns ett enormt utbud av matematiska möduer som kan användas. Metoden går ut på att konstruera en lärmöduen genom ett urval av enklare lärobjekt (till exempel i form av Mathlets) ur allmänt tillgängliga arkiv. Utifrån mappen har en analys av lärobjekten genomförts för att avgränsa dem och fastställa det slutliga valet av lärobjekt. (bilaga 1) En pedagogisk struktur har arbetats fram. Denna struktur har legat till grund för utformandet av lärmöduen.

1.6 Avgränsningar

Detta arbete har avgränsats genom att rikta sig till gymnasielärare samt direkt till ungdomar i gymnasieålder. Vidare är arbetet avgränsat till endast en typ av digitalt lärobjekt, Mathlets. Arbetet omfattar inte skapande av nya Mathlets, utan enbart insamlande av lämpliga Mathlets från befintliga arkiv. För att vidare avgränsa arbetet har endast Mathlets som berör följande matematiska områden används: Geometri, mönster, fraktaler och funktioner.

1.7 Problemformulering

Det finns många olika pedagogiska vägar att gå som lärare, varje sätt att undervisa har sina för och nackdelar. I detta arbete har en relativt ny pedagogik belysts, där eleverna hamnar i centrum istället för läraren [(1)].

I frågebaserad inläring får studerande en flexibel roll, här har man tagit fasta på att varje elev har ett unikt sätt att ta in kunskap [(1)]. Denna pedagogik kräver att lärare måste fokusera mer på den enskilda individen, vilket kräver en annorlunda syn. För att tillgodose denna pedagogik måste lärarna frångå det traditionella lärandet för att kunna förstå och praktisera frågebaserad inläring.

Hur stödjer man studier som utgår från elevernas unika egenskaper?

Detta arbete har försökt svara på frågan: *Kan man genom digitala lärobjekt stödja transformationen till en mer individanpassad skola?*

2 Digitala hjälpmedel

2.1 Bakgrund

Diskussionen kring digitala hjälpmedel i skolan är ständigt aktuell. Ända sedan datorns första intåg i undervisningssammanhang tills idag, försiggår debatten huruvida datorn gagnar eller distraherar matematikundervisningen.

Utifrån utvärderingar på kurser och laborationer som gjorts har delade resultat konstaterats. Vissa universitet har kommit med slutsatsen att datorstödd matematikundervisning ej kunnat öka förståelsen för matematik (Måsson, G, Stockholms Universitet, 1999). En av orsakerna till dessa resultat kan härledas till brister i programvara samt datorovana hos eleverna. Andra skolor har konstaterat att de erhållit en effektivare matematikundervisning genom användandet av datorprogram (Nåsell, I, Kungliga Tekniska Högskolan, 1999).

2.2 Digitala läroobjekt

En annan typ av matematiska verktyg är så kallade "läroobjekt". Ett läroobjekt kan bestå av många olika fysiska eller virtuella former. Det kan bestå av fysiska klossar som beskriver geometriska figurer, så som konen, sfären och kuben, eller virtuella klossar, som kan vara 3D-animationer av dessa figurer.

Ett läroobjekt är ett läromedel eller förpackad kunskap som används i undervisningssammanhang. Ordet läroobjekt kommer ifrån engelskans "learning object" och begreppet beskrivs av en välkänd internationell standard (IEEE-LOM, Institute of Electrical and Electronic Engineers – Learning Object Model).

Det finns många olika synonymer på läroobjekt, några värda att nämna är "lärkomponent", "lärresurs" (avser ibland endast en faktisk länk till en resurs), "lärstöd"... Denna rapport kommer i fortsättningen använda termen "läroobjekt". CFL (Nationalt Centrum för Flexibelt Lärande) har följande definition: "Läroobjekt är självständiga enheter med ett pedagogiskt innehåll."

I denna rapport har en form av virtuellt läroobjekt (Mathlets) analyserats för att skapa en tydligare bild av hur och i vilka situationer den passar in i matematikundervisningen.

3 Om UR

Svensk public service består idag av tre stora bolag, Sveriges Utbildningsradio, UR, Sveriges Television, SVT och Sveriges Radio, SR.

UR är den största enskilda aktören i utbildningsområdet inom ljud och rörlig bild i Sverige. UR har ett unikt multimedialt material eftersom de spänner över tv, radio, webb och böcker med mera.

Sedan 1994 ägs UR av en stiftelse, Förvaltningsstiftelsen för Sveriges Television AB, Sveriges Radio AB och Sveriges Utbildningsradio AB.

De tre public service företagen drivs som självständiga aktiebolag. Denna självständighet är av vikt för att garantera självständighet gentemot särintressen. Som kan komma från privata, ideella, kommersiella och politiska håll [(17)].

3.1 Historik

I april 1928 gick den allra första skolradiosändningen i Sverige; Det var elever från Norra Latin i Stockholm som fick en lektion i engelska och historia. Först i mitten av 1900-talet, närmare bestämt 1957 när televisionen började sina sändningar startade man med vuxenutbildning i det nya mediet. Men inte förrän 21 år senare, 1978 då TRU, (kommittén för television och radio i utbildningen) - som var statligt ägd, slogs ihop med Utbildningsenheten på Sveriges radio, bildades Utbildningsradion. 1994 upphörde Sveriges radiokoncern och UR blev därmed ett eget programbolag [(21)].

3.2 Verksamheten idag

UR är uppdelad i fyra olika redaktioner, barnredaktionen, ungdomsredaktionen, vuxenredaktionen och redaktionen för pedagogisk utveckling. Utifrån dessa produceras utbildningsmaterial för alla åldrar och utbildningsnivåer.

Sedan Internets genomsåg i mitten av 90-talet, har URs webb blivit allt mer viktig. 2003 lanserades ”Mediebiblioteket” vilket är en stor databas där allt producerat material läggs in som läroobjekt. I den kan lärare söka upp material att använda i undervisningen direkt från webbplatsen. Det uppsökta materialet presenteras med en kortare text som sammanfattar innehållet. Det finns även möjlighet att se hela eller delar av programmet. Dock saknas en bra och okomplicerad presentation av materialet och dess sammanhang.

4 URs läromoduler

Utbildningsradion har sedan 2003 försökt att gå ett steg längre genom att skapa så kallade ”pedagogiska paket” eller ”läromoduler”. I dessa moduler plockas temavis material ihop till olika pedagogiska paket som har till uppgift att presentera materialet på ett pedagogiskt sätt. Med dessa läromoduler arbetar mediepedagoger (specialister på hur media används på ett pedagogiskt vis) tillsammans med tekniker och grafiker för att skapa en enhet där allt material, - inom ämne och målgrupp samlas på ett och samma ställe samt presenteras på ett genomtänkt och pedagogiskt sätt. I vilket format modulerna presenteras varierar, de kan till exempel bestå av en webbplats eller en Dvd-skiva. Ibland parallellpubliceras även materialet i flera medier samtidigt så att det skapas fler användningsmöjligheter.

Dessa läroobjekt är riktade till en mångfald av lärare från olika skolor och kunskapsnivåer. Materialet ska kunna användas direkt i en undervisningssituation på ett eller annat vis. Här har lärarna fritt fram att själva välja hur eller när läromodulen och dess innehåll ska användas. Lärare ska själva kunna välja om de vill använda den befintliga ordningen modulen är uppbyggd efter,

eller flytta runt innehållet för att presentera det på ett "eget" sätt. Denna valfrihet är en viktig egenskap, eftersom alla lärare har sin unika undervisningsteknik och pedagogiska bakgrund.

En viktig anledning till utvecklingen av dessa lärmoduler är att de ska kunna användas i utbildningssyfte och då måste de fungera i många olika inläringssammanhang. Om till exempel en lärare inte lyckas förklara viktiga begrepp så att alla förstår, - eller har svårigheter att nå de "svagare" eleverna med bristande kunskap och speciella behov, kan dessa lärmoduler komma till användning. Tanken med lärmodulerna är att lärarna ska inspireras till nya tankebanor så att undervisningen berikas.

4.1 Pedagogisk verktygslåda

Det traditionella sättet att undervisa matematik, - där läraren först har en teoretisk genomgång där problematiken förklaras för att sedan låta eleverna själva räkna vidare i sina böcker, var och en i sin egen takt, passar inte alla elever [(2)]. Problemet ligger i att människor har olika sätt att ta in ny kunskap. Vissa är teoretiskt lagda, vilket i större utsträckning gagnar den traditionella undervisningstekniken. Andra är mer praktiska och behöver arbeta mer verklighetsnära med de matematiska problemen. Den sistnämnda gruppen har tendenser att komma efter i skolan eftersom de inte förstår de teoretiska genomgångarna.

Lärare som täcker alla elevers behov genom att förklara matematiken från många olika synvinklar och sätter in den i ett sammanhang så att alla förstår, skulle kunna betraktas som "superlärare" [(1)]. Att lyckas med det är det inte många som klarar utan att utvidga sin pedagogiska "verktygslåda", det vill säga, lärarens olika pedagogiska knep och undervisningsmetoder som läraren genom erfarenhet och utbildning tagit till sig och praktiserat.

I rådande situation kan pedagogerna söka efter fler sätt att undervisa, och efter fler verktyg att använda i klassrummen. Det är i denna situation lärmoduler kommer in i bilden. De kanske kan bidra till att lösa några av dessa problem.

4.2 Mer om lärmoduler

En lärmodul kan se ut på många olika sätt, som en bok med text, bilder och innehållsförteckning. Bokstrukturen har fördelen att lätt kunna överblickas, man får snabbt en uppfattning om hur långt man har läst och hur långt man har kvar. Man kan i registret slå upp exakt det ord man letar efter, läsa korta stycken eller fördjupa sig i materialet eller hoppa till nästa kapitel. En bok har en given riktning, man börjar med första kapitlet och slutar när sista sidan är läst. Boken kan även användas som ett uppslagsverk där bitar av den läses kors och tvärs.

En DVD-struktur (Digital Versatile Disc) kan också tillämpas i en lärmodul. Menyn beskriver innehållet med extra material och specialscener som kan spelas upp. Det finns även en mängd olika språk och bildinställningar som kan justeras efter behov. Så finns här även huvudmaterialet, vanligtvis en film som beskriver en viss frågeställning. Filmen ses som en sekvens av videokapitel och användaren kan "hoppa" till önskad del i filmen. DVD:n som lärmodul betraktad är icke-linjär, det vill säga den har ingen given presentationsordning. Filmen däremot är linjär om man följer den på vanligt vis. Noterbart är dock att man snabbt och enkelt kan byta till nästa - eller någon annan sekvens, vilket gör filmen icke-linjär.

Den stora fördelen med film är att det mycket lättare går att förklara knepiga frågeställningar med hjälp av rörliga bilder. Här kan man visa information i en oerhört detaljrik miljö samtidigt som en talarröst förklarar problematiken. Detta kan dock distrahera och leda uppmärksamheten åt fel håll. En bok är mer statisk till innehållet. Det är dock viktigt att betona att boken, när den fungerar som bäst, ger oöverträffade möjligheter till mental koncentration och inre fantasibygge.

En lärm modul kan även ta formen av en webbsida. Det kan vara svårare att få en överblick över hur mycket material som finns tillgängligt och svårare att snabbt veta vad sidan innehåller. Generellt finns inget givet start och slut. Dock kan man samla intressanta länkar som slussar användaren vidare till mer material av intresse. En webbsidmodell har en stor fördel när det gäller alla de olika medieformer som kan presenteras, till exempel rörliga bilder, ljud och 3D-animationer. Svårigheten med lärm moduler är att väcka en kommunikation mellan användaren och skaparen/kreatören med sitt budskap. Denna kommunikation är ofta ett viktigt inslag i lärm modulens uppgift, lyckas men så kan kunskapen konstrueras på mottagarsidan.

Tanken är att lärm modulen ska kommunicera samma budskap på flera sätt. Genom att med texter, bilder och interaktiva verktyg beskriva problematiken på nya sätt som inte lärarna vanligtvis brukar göra, ökar chansen att kunskapen kan konstrueras hos alla elever. Dessutom finns läraren som en resurs som tillsammans med lärm modulen utgör en helhet. Lärm modulen kompletteras av läraren, och läraren kompletteras av lärm modulen.

5 Begreppet "Lärobjekt"

Vad innebär begreppet lärobjekt? Det finns många olika definitioner på vad ett lärobjekt är, tolkningen varierar och det kan därför vara svårt att bilda sig en klar uppfattning.

Det finns en standard LOM (Learning Object Metadata) som försöker definiera hur man ska beskriva lärobjektet. LOM är framtagen av standardiseringsorganisationen IEEE (Institute of Electrical and Electronic Engineers). Deras definition lyder:

"Any entity, digital or non-digital, that may be used for learning, education or training." [(3)]
(*"Någon entitet, digital eller icke-digital, som kan användas i lärande, utbildande eller träningssyfte"*)

Eller:

"At its most basic level, a learning object is a piece of content that's smaller than a course" [(3)]
(*"I sin enklaste form, är lärobjekt en bit innehåll som är mindre än en kurs"*)

Ett lärobjekt kan vara en bild sammankopplad med en text, tillsammans utgör de ett sammanhang. Bilden tolkas olika beroende på vem som betraktar den. Ett lärobjekt kan bestå av en bok med text och bilder, eller av en ljudfil med musik och någon berättelse.

5. 1 Lärobjektets användarsituation

Syftet med ett lärobjekt är bland annat att det ska fungera som ett läromedel som används i en undervisningssituation, som ett stöd, som breddande eller specialiserat material eller för att förtydliga ett begrepp.

Skillnaden mellan ett lärobjekt och en lärm modul är att ett lärobjekt oftast består av några få objekt, till exempel en bild med en beskrivande text. En lärm modul är vanligtvis uppbyggd av många sammankopplade lärobjekt.

6 Olika typer av läroobjekt

Läroobjekt kan bestå av många olika saker. Nedan beskrivs några olika typer av läroobjekt för att skapa en tydligare bild.

6.1 Bok

Boken är antagligen den mest förekommande läromodulen i skolan i dagens Sverige. I en bok förklaras problematiken genom textstycken uppdelade i kapitel. Ett stycke text kan ha en intilliggande bild eller illustration som tillsammans utgör läroobjektet. Det vill säga, läroobjektet kan till exempel vara ett textstycke och en illustrerande bild. I detta arbete, betraktas boken i sin helhet som en läromodul bestående av ett antal läroobjekt

6.2 Video

En annan vanligt förekommande läromodul är en videofilm som i princip är uppbyggd på samma sätt: Scenerna var för sig kan utgöra läroobjekt om de är tillräckligt oberoende, samtidigt som själva filmen med sitt innehåll (många läroobjekt) representerar läromodulen.

6.3 Datorprogram

Datorprogram betraktas på olika sätt, de kan hamna under benämningen läromodul eller läroobjekt, beroende på dess innehåll och användning. Om programmet är omfattande och innehåller många olika moment som var och ett är läroobjekt, är det säkerligen en läromodul. De mindre programmen kallas läroobjekt. Exempel på det är så kallade Java Applets som beskrivs nedan.

7 Matematisk visualisering

7.1 Bakgrund

När matematiker började arbeta med datorer öppnades en helt ny värld. Det blev möjligt att visualisera teoretisk och komplex matematik. En ny dimension av matematiska mönster och former blev tillgänglig. Det blev möjligt att skapa tredimensionella bilder av oerhört komplexa matematiska beräkningar, detta utnyttjade matematiker för att skapa egna interaktiva komponenter. Genom att ändra variabler i matematiska formler som de visuella programmen använder för att rita upp bilden, kan användaren testa olika inställningar och se hur dessa påverkar objektets egenskaper. Detta gör programmen till kraftfulla verktyg som kan användas till många olika områden inom matematiken.

7.2 Matematikmiljöer och verktyg

Det finns många exempel på dataapplikationer som används till matematiska visualiseringar, här är några exempel: Cabri [(14)], Cinderella [(15)], PDB [(16)], Graphing Calculator [(12)], Mathematica [(18)], Maple [(19)], Matlab [(20)], CyberMath [(17)] och Geometer's Sketchpad [(13)]. Dessa datorprogram har i grunden samma bakomliggande tanke, nämligen att hjälpa till att fördjupa förståelsen av matematiska formler och begrepp genom att på ett eller annat vis gestalta matematiken, till exempel genom att visa en grafisk och dynamisk representation av en given formel. [(8)], [(9)]

Detta arbete är avgränsat att behandla Java Applets (se 7.3), en djupare presentation av de andra applikationerna kommer inte att förekomma.

7.3 Introduktion av begreppet "Mathlets"

För att beskriva begreppet Mathlets på ett begripligt sätt måste Java Applets först förklaras. En (Java) Applet är ett litet program som normalt sett körs i webbläsaren på användarsidan. En Applet är förkompilerad och infogas i en webbläsare från exempelvis ett html-dokument. Denna teknik är bra att använda i många olika situationer på webben, bland annat kan olika verktyg byggas med hjälp av Applets. Om ett sådant verktyg handlar om att förmedla matematik kallas det ofta en "Mathlet". Java Applets med matematiskt innehåll kommer i fortsättningen i detta arbete benämnas Mathlets.

7.4 Mathlets för och nackdelar

I detta avsnitt ställs Mathlets mot de tidigare nämnda programmen, (se 7.2) för och nackdelar studeras och kommenteras.

Det finns två olika typer av Mathlets, en med öppen källkod (open source, se ordlista) och en där källkoden inte är tillgänglig. Dessa två varianter erbjuder olika möjligheter att påverka och förändra.

Den förstnämnda, open source, är helt och hållet fri att vidareutveckla genom att själv "gå in i" källkoden och förändra eller utvidga funktionaliteten. Användaren kanske vill lägga till funktioner som förklarar ett matematiskt begrepp annorlunda. Färgen kanske inte stämmer in i undervisningsmaterialet, eller så behövs kanske Mathleten förstoras för att bli tydligare. Denna möjlighet att påverka dess egenskaper gör den till ett kraftfullt redskap med stora möjligheter att utvecklas i framtiden.

Den andra varianten av Mathlets är opåverkbar, det vill säga, den kan bara användas på det sätt som den är konstruerad. Detta behöver inte nödvändigtvis vara sämre, men möjligheten att förändra dess interna egenskaper finns inte i detta fall.

Båda typer av Mathlets är bra på att väcka intresse och skapa ett engagemang och nyfikenhet kring matematiska frågor. Elever kan genom Mathlets introduceras för matematiska visualiseringsverktyg, för att sedan vidareutvecklas genom att arbeta med mer kraftfulla verktyg som till exempel Graphing Calculator. Mathlets är bara enklare program som kan betraktas som "lågsta tröskeln" inom matematiska visualiseringsverktyg. I detta sammanhang kan även Flashfilmer nämnas, de används också för att visualisera matematiska begrepp. Flashfilmer "faller under samma träd" som Mathlets, de är bra men ytliga.

I jämförelse med Mathlets och Flashfilmer, kan Graphing Calculator och de andra applikationerna (7.2) lämna bestående effekter efter sig i form av sparade filer. En god egenskap som ger elever möjlighet att vid ett senare tillfälle återuppta arbetet och vidarebearbeta filen. Man kan säga att Mathlets är applikationer med korttidsminne. De kan oftast inte spara bearbetade rörelser eller övningar mellan olika körningar.

En fördel med Mathlets är att de inte behöver installeras på någon dator för att fungera. Detta leder till snabb och enkel användning. Datorn behöver dock en Java "plug-in" för att kunna visa den. Denna plug-in är gratis att ladda ner, en klar fördel i jämförelse med andra datorprogram med kostsamma licenser.

En annan skillnad vad gäller Mathlets och till exempel Cabri [(14)] är att Mathlets med sin smidiga egenskapsmodifiering och fria och enkla användning, gör dem till utmärkta intresseväckare för första gångs användare. Lärare kan med hjälp av Mathlets "kasta ut beten" som studenterna kan "nappa" på och intressera sig för. I så fall kan läraren fortsätta "mata" dem med spännande läroobjekt och uppgifter som vidareutvecklar kunskaperna. Kanske är det då tid för eleverna att gå

ett steg längre genom att börja arbeta med mer avancerade datorprogramvaror där fördjupande studier ges större möjligheter.

8 Begreppen helgdags, - och vardagsmatematik

Nedan redogörs för två pedagogiska begrepp som Ambjörn Naevé beskrivit i ett arbete: ”Förstklassig Matematik – konsten att kortsluta utbildningssystemet.”

[<http://kmr.nada.kth.se/papers/MathematicsEducation/AttKortslutaUtb.Syst.pdf>]

Helgdagsmatematik innebär att man vill flytta fokus från matematikens räknande till dess tänkande. Man vill förmedla matematikens egentliga karaktär, dess inre kärna. Genom att låta eleverna tänka och fantisera kring matematiska begrepp så upprätthålls intresset för matematik. Detta intresse visar nästan alla barn upp under de tidiga skolåren. Men många tappar dessvärre intresset mycket beroende på allt räknande i skolan, de tappar matematikens egentliga mening.

Motsatsen till helgdagsmatematik är *vardagsmatematik*, som – enligt Ambjörn Naevé - har fått en alltför dominerande ställning i Sveriges skolor. Vardagsmatematiken ger oss sällan några chanser att fostra våra egna matematiska fantasier. Här möter vi istället en matematik där det är ”färdigtänkt och färdigfantiserat” och där facit talar om för oss vad som är rätt och vad som är fel.

Helgdagsmatematik handlar om att så tidigt som möjligt möta exempel på spännande matematisk strukturer, där man kan ana existensen av djupare nivåer av förståelse. Sådana möten kan vara avgörande för en ung människas beslut att ägna sig åt mera ingående studier i matematik.

Det är inte bara för mindre barn som denna pedagogik passar in i utbildningen, utan även för äldre studenter som på ett eller annat sätt tappat intresset. I dessa sammanhang kommer Mathlets väl till plats. De kan bidra till att väcka intresse för matematik på ett enkelt sätt. Genom att noga välja ut läroobjekt som är av lek och utforskande karaktär, kan eleverna själva utforska deras innehåll och samtidigt tänka matematik. När tankeprocessen väl kommit igång, kan läraren fortsätta ”mata” eleverna med fler spännande läroobjekt som leder in på djupare matematiska studier. När intresset väckts, får vardagsmatematiken ett lyft och blir roligare och lättare att ta sig igenom. Helgdags, - och vardagsmatematik kompletterar varandra och båda är alltför viktiga för att försummas in undervisningen.

8 Att välja matematiskt begreppsområde

8.1 Introduktion

I detta avsnitt kommer frågan kring vilka matematiska begrepp som ska behandlas i detta arbete att diskuteras. Nedan presenteras även en modell för hur begreppen avgränsas ur den stora matematiska djungeln av områden och begrepp.

För att skapa en bild av vilka områden inom matematiken som är intressanta att behandla i arbetet, besöktes fyra olika redaktioner på UR som alla producerar material för olika TV-serier. Detta gjordes för att få en uppfattning om hur programmen var uppbyggda och vad de innehöll.

Genom att kartlägga programmen kunde en tydlig trend framträda: samtliga program hade stark anknytning till geometri samt matematiken som man möter i vardagslivet och naturen.

Gemensamma områden i de olika programmen för de olika målgrupperna var: geometri, statistik, sannolikhet och tal/talföljder.

8.2 UR:s programinnehåll (matematik)

Nedan finns en sammanställning på de olika områden som tas upp i TV-programmen.

	Barn	Ungdomar	Vuxna	Lärare
Namn på TV-program	”Mattepatrullen”	Ramp om matematik	”Jorden är platt”	”På tal om matte”
Matematiskt område/begrepp	Symmetri Tal Geometri Natur och fraktaler	Geometri Relationer, procent Dimensioner 1D till 3D Sannolikhet/slump Statistik/tabeller Skala	Tal Geometri Naturen/matte Sannolikhet/risk Spel/tur Statistik Prognoser Mönster Funktioner Datorer med matte	Tal Stora tal (BNP) Oändlighet Geometri – Jorden & universum Rätvinklig triangel (
Namn på Webbplats	”Mattepatrullen”	Ramp om matematik	”Jorden är platt”	”På tal om matte”
		Geometriska mönster Geometriska pappersmodeller Talmystik, info om nummer Gyllene snittet		

Gemensamma Ämnen (Ung/Vux)	Geometri Form/mönster Statistik Sannolikhet Tal
-----------------------------------	---

Figur 1.

I de olika kolumnerna har de fyra redaktionernas material samlats. De fetstilta texterna är gemensamma begrepp, eller områden som kan understödjas av insamlade Mathlets, för målgruppen.

8.2.1 Målgruppsanalys

Personer som besöker läromodulen på ur.se kan ha tittat på någon programserie, till exempel ”Jorden är platt” och inspirerats av ett speciellt område, till exempel gyllene snittet. Om det då inte finns information som vidare kan inspirera och berätta mer om gyllene snittet så kan de bli besvikna. Utifrån detta resonemang kan man dra slutsatsen att begrepp som frekvent förekommer i producerat material borde relateras till webben.

UR har utgått ifrån att användare som besöker läromodulen ”ligger” på en ganska allmän kunskapsnivå inom matematiken, då får man med en bred grupp användare. Lärare bör kunna använda läromodulen i många olika klasser med varierande kunskapsnivå. För att inte skrämja bort folk med allt för abstrakta läroobjekt bör abstraktionsnivån inte vara allt för hög i allmänhet. Däremot bör de tyngre och svårare nivåerna inte uteslutas eftersom man eftersträvat att så många som möjligt ska kunna hitta något som är spännande för dem.

8.3 En matematisk beskrivningsrymd

Nedan följer ett resonemang kring hur man kan presentera kopplingar mellan matematiska begrepp, ämnesområden och kurser/nivåer.

Hur avgränsas de matematiska begreppen som är aktuella att behandla i läromodulen?

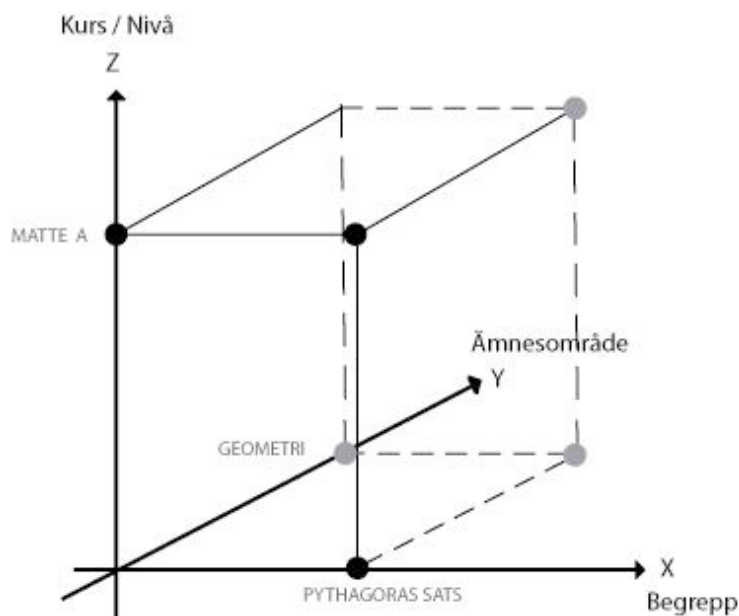
Genom att dela upp matematiken i tre riktningar, tre dimensioner, skapas en tydligare bild av vad de matematiska begreppen innebär.

8.3.1 Definition

Tänk dig att matematiken är en *rymd* full av kurser, ämnesområden och begrepp.

Z-axeln står för nivån och svårighetsgraden på det matematiska området. X-axeln breder ut sig i de olika begreppen. Samt Y-axeln står för de olika matematiska ämnesområdena.

Nedan demonstreras i figur 2 en metoden för att presentera kopplingar mellan matematiska begrepp, ämnesområden och kurser/nivåer.



Figur 2.

I detta exempel har kursen matematik A, ämnesområdet geometri och begreppet Pythagoras sats inringats. Så en punkt i den matematiska beskrivningsrymden har definierats.

8.3.2 Frågor:

I detta skede är det relevant att ställa några frågor om fortsatt tillvägagångssätt. Hur ska beskrivningsmetoden implementeras i UR:s portfölj?

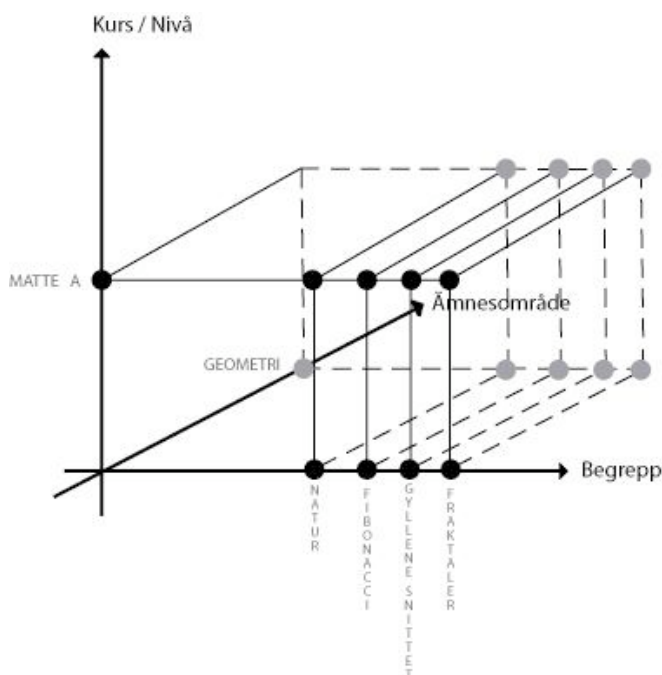
1. Ska man nöja sig med *en* definierad punkt i ovan nämnd metod?
2. Eller ska man definiera fler?
3. Om så är fallet, hur många och vilka områden ska belysas?

8.3.3 Svar:

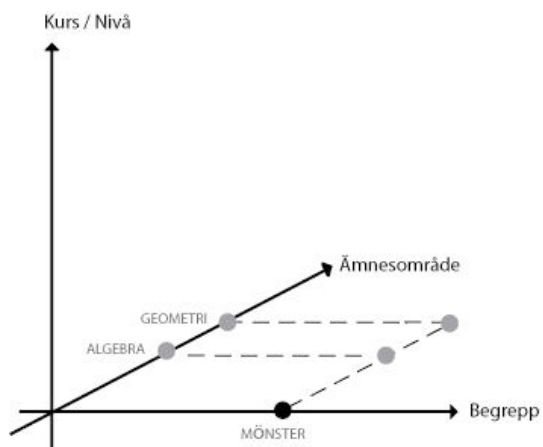
Det är givetvis svårt att ge entydiga svar på dessa frågor. I detta fall har frågorna ställts till flera olika personer som har anknytning till utvecklingsarbetet med URs läromodul i matematik. Frågorna har sedan diskuterats och ställts i olika perspektiv. (Svar 1 hör ihop med fråga 1, och så vidare).

1. Om detta blir fallet finns en risk att läromodulen blir ”fattig” på innehåll. Det skulle ställa större krav på valet av definierad punkt för att få en tillfredställande behandling.
2. Efter diskussioner med berörda personer har slutsatsen blivit att fler definierade punkter ska användas. Med fler matematiska områden når UR ut bättre.
3. En svår fråga som säkerligen har många olika svar. I detta fall har hänsyn tagits till befintligt material och därefter anpassat innehållet efter det. Vidare har Utbildningsradions programinnehåll (se ovan) haft en betydande roll vid valet av matematiska problemområden.

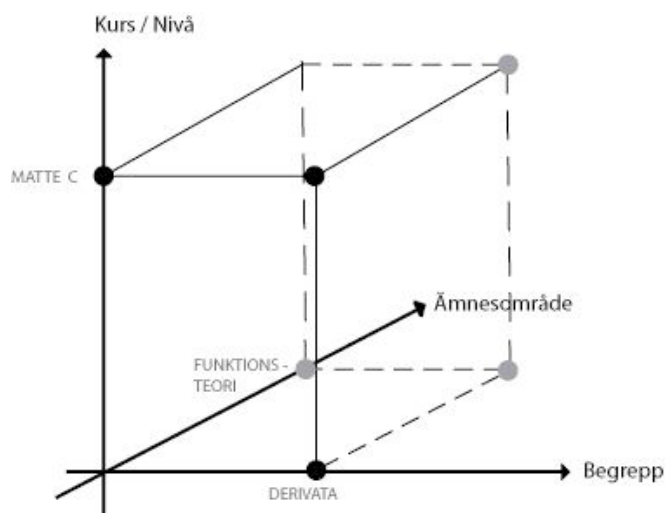
Nedan följer valet av definierade matematiska områden (punkter).



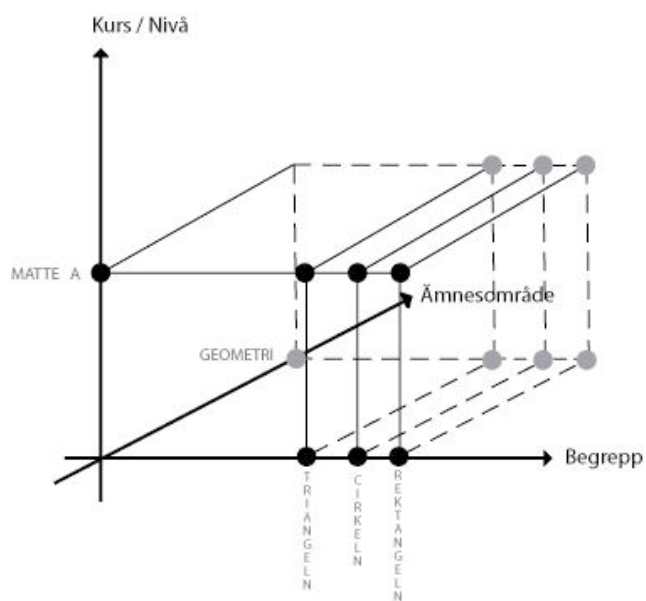
Figur 3.



Figur 4. Anmärkning: Mönster har ingen given kursnivå.



Figur 5.



Figur 6.

8.3.4 Sammanfattning:

Utifrån dessa valda punkter når Utbildningsradion en bred målgrupp och kan därmed väcka ett större intresse hos fler personer.

Meningen är att dessa olika punkter ska belysas mer eller mindre. Genom att på ett pedagogiskt sätt bygga upp strukturen för matematikportföljen kan man införa olika nivåer där användaren först betraktar nivå 1 för att sedan fördjupa sina kunskaper genom att stegvis gå till nästa nivå. Dessa nivåer är ett sätt att gradera lärobjekten efter svårighets- och abstraktionsnivå för att underlätta arbetet med sammanställningen av matematikportföljen. Användaren kommer inte uppfatta denna nivågradering, annat än indirekt.

8.3.5 Valda matematiska problemområden:

Geometri – Naturen och Figurer	(Matte A)
Derivata – Funktioner	(Matte C)
Mönster	(__)

9 Att bygga en lärmodul

9.1 Strukturarbete

Som tidigare nämnts består en lärmodul av flera sammansatta lärobjekt, som i sig kan variera både vad gäller typ och område. Det är sammansättningen av olika lärobjekt som utgör lärmodulen.

Efter insamlingen och analysen av valda Mathlets, kommer det svåra steget att presentera materialet på ett pedagogiskt och funktionsmässigt bra sätt. Hur ska lärobjekten förhålla sig till varandra och till lärmodulen i sin helhet? Hur går man vidare med ett sådant uppdrag? Ett alternativ är att samla alla relevanta frågor som berör problematiken och försöka besvara dem genom att resonera med grafiker och pedagoger.

Aktuella frågeställningar kan vara:

- Hur ska pedagogiken integreras i lärmodulen?
- Hur ska lärmodulen struktureras?
- Hur ska pedagogiken och strukturen gestaltas?
 - Hur ska man lägga in lärobjekten i matematikportföljen?
 - I en inbördes ordning, linjär ordning, olika nivåer?
- Hur ser lärobjektens användning ut?
 - Ska de användas tillsammans eller enskilt?

9.2 Pedagogiken och strukturen

Ett förslag på lösning på frågan hur pedagogiken och strukturen ska integreras, är att konstruera en struktur som sedan kan fungera som mall när lärobjekten ska integreras i lärmodulen. I denna strukturmall har flera aspekter vägts in, bland annat vilken kunskapsnivå användaren befinner sig på. Alla ska ha möjlighet att ta del av materialet. En annan viktig aspekt är huruvida det ska finnas en början och ett slut? I detta fall har en given ordning tillämpats där användaren börjar med första nivån och slutar med sista. Denna ordning kan lätt brytas om användaren vill gå vidare till nästa nivå eller tillbaka till någon av de tidigare. I mallen har även ett förslag till hur lärarna kan använda lärobjekten i undervisningen beskrivits.

När lärarna använt materialet finns det möjlighet att skriva en kommentar om hur de upplevt detta. Denna information är mycket viktig både för UR, som kan förbättra sin lärmodul, men framförallt

för andra lärare som får möjlighet att utbyta erfarenheter med varandra, för att sedan planera sina lektioner utifrån dessa kommentarer.

9.3 Pedagogiska steg

Först *introducera* nya begrepp så att användaren snabbt och översiktligt får en bild av problematiken. Förhoppningsvis väcks här ett intresse att läsa vidare och lära sig mer.

För att förklara nya begrepp på ett så enkelt sätt som möjligt har *paralleller till verkligheten* dragits. Det är lättare att förstå ett problem om man knyter an till verkligheten. Här har även tydliga anknytningar till teveprogrammen gjorts för att få ett tydligare sammanhang.

För att kommunikationen mellan användare och skapare ska bli tydlig och klar, bör text och bild tillsammans med illustrerande Mathlets förklara begreppen och tillsammans utgöra lärmodulen. Det bör även finnas flera sätt att beskriva problematiken på. Har inte användaren förstått genom de första exemplen bör det finnas möjlighet att få en ny förklaring. En klar fördel gentemot till exempel en bok där läsaren får nöja sig med en förklaring, om hon inte förstått då får hon hitta en annan bok som kanske förklarar på ett annat sätt.

Ett annat inslag är *Lek och Lär* där inläringen sker samtidigt som personen utför mer lekfulla moment. Meningen är att användaren ska få en positiv upplevelse av matematiken, då man flyttar fokus från räknande till tänkande. I detta steg utnyttjas helgdagsmatematiken för att försöka förknippa matematik till något annat än bara räknande. Här finns utrymme för elever som ligger efter i undervisningen, detta lekmoment uppfattas som mer avslappnat, så elever med matematiksvårigheter kan få en positivare inställning till matematiken.

Det finns även en del med *fördjupande studier* där mer komplicerade problem och instuderingsmaterial finns tillgängligt. Lärmodulen har bland annat till uppgift att tillgodose alla elevers behov vad gäller kunskapsnivå och erfarenheter. Ur detta resonemang faller det sig naturligt att även mer avancerade delar tillhandahålls. Förhoppningsvis har det tidigare materialet väckt ett intresse så att många vill ta del av det fördjupande materialet.

Sista steget i denna struktur är en samling länkar, där ytterligare material för den intresserade kan nås, vilket öppnar en hel värld av matematik för alla.

En översiktlig strukturskiss finns att se i kapitel 14.

9.3.1 Kommentarer och reflektion

Strukturen följer en logisk och vanlig pedagogik, vilket bidrar till att snabbt förstå de pedagogiska nivåer modulen bygger på.

Genom att tillämpa denna struktur kan läraren få en överblick över lärmodulen och bilda en uppfattning om hur väl materialet passar in i undervisningen.

9.4 Läroobjektens användning – tänkbara användarsituationer

För att skapa en uppfattning om hur dessa Mathlets skulle kunna användas i olika undervisningssammanhang, presenteras här några tänkbara användarsituationer. Dessa har skissats fram genom så kallad brainstorming där objektens egenskaper och möjligheter har ventilerats.

9.4.1 Användarsituation I – kompletterande material

En situation där Mathlets kan vara ett bra verktyg är som komplement till teoretiska genomgångar där de används för att visuellt förklara matematiska begrepp. Mathlets visas i samband med införandet av nya formler och samband, eleverna får tillfälle att själv utforska läroobjektet vilket stimulerar och fördjupar förståelsen. Den här tekniken passar naturligt in i undervisningen eftersom det inte krävs så mycket lektionsförberedelse av läraren och för att Mathlets passar utmärkt att ”sticka in” mellan olika matematiska begrepp.

9.4.2 Användarsituation II – lek objekt

Mathlets kan vara ett verktyg i laborationer där eleverna närmar sig de matematiska problemen genom spännande och stimulerande ”lek-Mathlets”. Att leka sig till kännedom och kunskap är ett bra sätt att bemöta matematiska begrepp, eftersom studerande inte upplever samma kroppsliga spänning som kan förekomma när de inte förstår i andra mer allvarliga situationer. Genom spännande ”lek-Mathlets” kan de studerande slappna av och ha kul med matematiken. Kanske väcks då ett intresse som läraren kan snappa upp och bygga vidare på. Detta är ytterligare ett exempel på helgdagsmatematik.

9.4.3 Användarsituation III - hemarbete

Dessa läroobjekt kan även ges som hemarbete där eleverna får i uppgift att utforska speciellt utvalda Mathlets för att sedan skriva eller förklara det matematiska problemet inför läraren eller den övriga klassen. Den här metoden är bra eftersom eleverna själva får tillfälle att djupare studera läroobjektet och utforska sig fram med olika variabler och inställningar. Dessutom är det bra att själv beskriva det matematiska uttrycket eftersom det kräver en djupare förståelse.

Svårighetsgraden går att variera beroende på situation. Ett lättare hemarbete skulle kunna bestå i att förklara vad som händer när vissa inställningar förändras, och varför de blir som det blir. Ett mer komplicerat arbete skulle kunna bestå i att förändra läroobjektets inbördes funktioner genom att programmera om det. Detta förutsätter att Mathletsen är av varianten open source.

9.4.4 Användarsituation IV – skapa egna läroobjekt

En förlängning på föregående scenario skulle kunna vara att elever i grupp efter beskrivning och utforskad Mathlet, skapar egna läroobjekt med hjälp av lärare. Genom att programmera om läroobjekten kan nya uppstå som är en kombination av två gamla ihopkopplade Mathlets. Dessa grupparbeten kan utvecklas till nya Mathlets med funktioner som från början inte kunde förutspås.

Skapandet av läroobjekt behöver nödvändigtvis inte vara digitalt, utan kan även bestå av fysiska läroobjekt i det reella rummet. Den här övningen är förhållandevis svår och kräver förståelse, men tillsammans med lärare och andra elever är det fullt möjligt. Läraren behöver här förbereda noga och själv vara väl insatt inom området.

9.4.5 Användarsituation V – stödundervisning

Som matematiskt verktyg för elever med matematiksvårigheter. I detta sammanhang används de digitala läroobjekten tillsammans med andra elever, eller individuellt med stödläraren där Mathlets fungerar som en visualisering av matematiken. Här passar även så kallade ”lek Mathlets” in eftersom eleven då känner mindre press att prestera resultat. I denna användarsituation är det viktigt att läraren hela tiden är närvarande och förklarar vad läroobjekten gör och vad som händer i olika situationer.

10 Frågebaserad Inläring (FBI)

Nedan följer ett sammanfattande stycke som behandlar Frågebaserad Inläring och olika pedagogiska lärroller som Ambjörn Naeve beskrivit i sitt arbete om IT-baserade Matematikverktyg [(1)].

Frågebaserad inläring hänger starkt ihop med den skolreform där pliktbaserad utbildning ger plats åt en mer rättighetsbaserad pedagogik, även kallad flexibelt lärande (se ordlista), som allt fler skolor använder sig av i utbildningssammanhang.

Rättighetsbaserad utbildning ger plats åt den enskilda eleven där individuellt anpassade läroplaner och inlärningsstrategier baseras på elevens unika egenskaper och intressen. Motsatsen är den pliktbaserade utbildningen som hör till den traditionella läroplanen. Resultatet blir oftast att klassen ses som en kollektiv massa och alla tycks ha samma egenskaper.

Genom FBI får eleverna en större frihet och kontroll över sin egen inlärningsstrategi. Detta ger utrymme för diskussion där den enskilda individens frågor starkt belyses. Denna strategi motverkar den vanliga pedagogik som går ut på att kunskap erhålls genom imitation, vilket förekommer allt för ofta inom matematiken. Där elever övar på liknande tal tills de lärt sig utantill, så kallad IGI-pedagogik (Inläring Genom Imitation), vilket sällan leder till kunskap. Att helt sluta med IGI-pedagogik vore förmodligen att ”dra en för rak linje”, eftersom människan lär sig genom praktiskt arbete. Här kan multiplikationstabellen nämnas som ett exempel.

Tanken med frågebaserad inläring är att den ska stimulera eleven till frågor genom att läraren hela tiden presenterar intressanta frågeställningar och beskrivningar. Inlärnarna (=eleverna) serveras kunskap som en slags ”kunskapens smörgåsbord”. Här har inlärnarna möjlighet att fritt välja den ”smörgås” som verkar mest intressant.

10.1 Nya lärroller

Frågebaserad (=intressebaserad) pedagogik ställer andra krav på lärroller i förhållande till de traditionella. Eleverna ska inte få känslan av att ”jag måste lära mig det som läraren redan kan” (läraren som ”kunskapsfilter”). Läraren ska istället finnas som en resurs som kan hjälpa eleverna att ta reda på det som de vill veta. (Läraren som ”kunskapstränare”).

Ambjörn Naeve har därför föreslagit tre dimensioner hos lärarrollen: läraren som *predikant*, *trädgårdsmästare* respektive *rörmokare*. Läraren-predikanten är den som undervisar på vanligt sätt, står vid tavlan och undervisar, men med den skillnaden att han bara predikar på begäran. Läraren-trädgårdsmästaren ser till att varje elev får sin egen individuella läroplan och inläringsteknik samt fångar upp elevens frågor. När trädgårdsmästaren inte har svar på dessa frågor skickas de vidare till olika predikanter. Om frågan ändå inte blir besvarad på ett tillfredställande sätt så att eleven förstår, kopplas läraren-rörmokaren in och skapar en vidare diskussion genom att använda sig av elektroniska hjälpmedel (virtuella) eller fysiska (reella) ting. Ambjörn Naeve skriver: ”Trädgårdsmästaren arbetar alltså för att locka fram elevernas frågor, rörmokaren ser till så att så få frågor som möjligt går förlorade, och predikanten ser till att så många frågor som möjligt blir besvarade på ett sätt som stimulerar till ett vidare studium av ämnet.”

Nedan beskrivs de olika lärarrollerna i en figur 7.

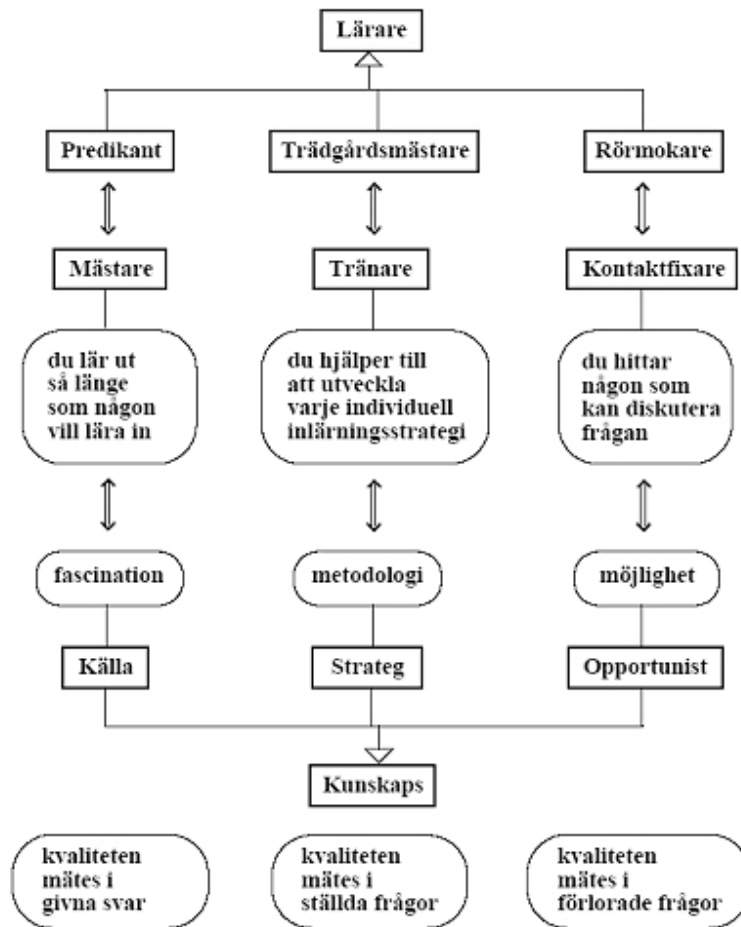


Fig. 7 Tre olika dimensioner av lärarroller i ett FBI system

En och samma lärare kan besitta alla dessa tre roller. Det kommer dock sannolikt inte finnas tillräckligt många sådana "Superlärare" i skolorna.

De digitala läroresurserna öppnar här möjligheten att sammanfoga lärarrollerna från olika källor och personer och tillhandahålla dem i det fysiska rummet. Genom att utnyttja cyberrymden som en elektronisk punkt för att förbinda elevernas nyfikenhet och intresse med lärarnas kunskap och kommunikationsförmåga. På detta sätt skulle det kunna skapas verkliga möjligheter för lärare att växa ur sina nuvarande roller som kunskapsfilter för eleverna.

Frågebaserad inläring i symbios med digitala matematiska visualiseringsverktyg, kan vara ett svar på frågan som tidigare ställdes i problemformuleringen: *Kan man genom digitala lärobjekt stödja transformationen till en mer individanpassad skola?*

11 Kunskapens Trädgård

Kunskapens Trädgård är ett försök att vidareutveckla idéerna med digitala läresurser och implementera de pedagogiska strukturer som beskrevs ovan. Projektet startade 1996 (under ledning av Ambjörn Naeve) på ett forskningscentrum kallad CID (Centrum för användarorienterad IT Design) på KTH i Stockholm. Där sammanförs en unik blandning av naturvetenskaplig, datalogisk, estetisk, beteendevetenskaplig och pedagogisk kompetens inom olika projekt som går ut på att forska på och utveckla IT baserade hjälpmedel av olika slag.

Det övergripande målet med Kunskapens Trädgård är att skapa en generell modell för en modulariserad läromiljö där man kan testa olika principer för beskrivning, sökning och hopkoppling av läroobjekt utifrån ett användarorienterat perspektiv.

Ett av syftena med projektet är att *utveckla en multimedial produkt på högskolenivå, som utnyttjar de digitala medierna och underlättar lärande med en väl genomtänkt pedagogik* [(2)].

Den prototyp för Kunskapens Trädgård som hittills tagits fram är ett digitalt och interaktivt program uppbyggt i Macromedia Director (ett verktyg som bland annat lämpar sig till multimediala presentationer, spel och program) En del av prototypen finns på <http://kmr.nada.kth.se/gok/evol/thirdproto.html>

En viktig poäng med programmet är att det förklarar begrepp med alternativa beskrivningar (=multipelt berättande) och öppnar därmed nya vägar till förståelse. Syftet är att stimulera användarens intresse för ny kunskap.

Ett viktigt fokusområde i Kunskapens Trädgård (KT) är skapandet av så kallade *kunskapskomponenter* (läroobjekt) som kan kopplas ihop och struktureras till såväl traditionella kurser och andra former av läroupplevelser av olika slag. Dessa läroobjekt kan sedan beskriva begreppen på många olika nivåer på samma gång. Användaren kan själv bestämma vilken detaljrikedom av berättelsen som han eller hon vill ta till sig. I Ambjörn Naeves rapport IT-baserade Matematikverktyg [(1)] står det:

”Vårt arbete med interaktiva läromiljöer handlar inte om att ”frysa levande kurser” i datoriserad form (som t.ex. totalt videobandade kurser). I stället vill vi utforska möjligheterna att designa kraftfulla och flexibla kunskapskomponenter, som ger levande lärare möjlighet att förbättra innehållet i sina egna berättelser genom att illustrera eller animera det som de har att säga på ett stimulerande och intresseväckande sätt, och som samtidigt ger eleverna möjligheter att individualisera sin inläring genom att interagera med kunskapsmaterialet via sina egna personligt anpassade användarprofiler.”

11.1 Kommentarer och reflektion

Denna beskrivning stämmer bra överens med vad Utbildningsradions lärmoduler har som syfte. Likheter är tydliga och man utnyttjar samma pedagogiska principer i båda projekten.

12 Framgångsrika lärare

Nedan följer olika resonemang kring vad som gör lärare framgångsrika enligt en forskningsrapport gjord av RAND-institutet i USA. RAND är en forskningsorganisation som på uppdrag från olika myndigheter forskar inom olika områden. (<http://www.rand.org/index.html>).

Om man frågar elever vad det är som gör undervisningen i skolan bra eller dålig, svår eller lätt, rolig eller tråkig, utmanande eller ointressant är svaret nästa alltid *läraren* [(10)].

Men vad är det som gör en bra och framgångsrik lärare? Enligt en forskningsrapport [(4)] gjort av RAND-institutet har följande aspekter framförts som viktiga hos framgångsrika matematiklärare:

- *de fokuserar på viktiga matematiska begrepp och gör matematikfokuseringen tydlig för eleverna.*
- *de strukturerar målinriktade uppgifter som gör att olika möjligheter, strategier och innehåll blir tydligt synliga. De väljer uppgifter som engagerar eleverna och skapar delaktighet.*
- *de visar på samband mellan matematikbegrepp presenterade under matematiklektioner och elevernas egna erfarenheter.*
- *de varierar frågorna för att visa på och utmana elevernas tänkande och resonemang.*
- *de uppmanar eleverna att beskriva sitt tänkande och sina idéer samt att lyssna på och utvärdera andras tänkande och idéer.*
- *de har höga men realistiska förväntningar på eleverna.*
- *de ger tid för reflektion runt matematiska begrepp.*
- *de reflekterar själva över elevernas svar och lärande i förhållande till aktiviteter och lektionsinnehåll.*

Forskningsarbetet bakom dessa aspekter pågick i tre år där 36 000 barn i USA intervjuats om deras tänkande kring matematik.

Efter projektets slut fick de delaktiga lärarna beskriva vad de framförallt hade förändrat i sin praktik i undervisningen. Det mest framträdande var att man hade: *fler öppna frågeställningar och aktiviteter; fler undersökande frågor; fler frågor om hur eleverna tänkt vid exempelvis problemlösning och varför*. Lärarna försökte utveckla och utmana elevernas tänkande mer än förr samt ha högre förväntningar. De gav även mer tid för praktiska övningar och lade större betoning på reflektion. Eleverna gjordes dessutom mer delaktiga [(10)].

12.1 Kommentarer och reflektion

En effekt som RAND-institutet iakttagit var att lärarna efter avslutat forskningsprojekt började ställa fler frågor för att förstå sig på elevernas tänkande. Denna bild stämmer väl överens med frågebaserad inläring (FBI) som bland annat bygger på dessa pedagogiska principer.

Många av dessa praktiska moment som lärarna börjat använda efter forskningsprojektet i USA skulle kunna underlättas med olika matematiska visualiseringsobjekt, till exempel Mathlets. Det visar också på hur viktigt samspelet mellan verktygen (digitala läroobjekt) och den som ska använda dem är. Iakttagelserna bör kunna överföras på liknande situationer i till exempel Sverige.

13 Framtidens matematikundervisning

Nedan följer några fria tankar om hur matematikundervisningen i Sverige skulle kunna se ut om lärandet i framtiden blir mer av flexibelt och datorbaserade läroobjekt skulle slå igenom.

13.1 En vision:

Låt oss delta i en matematiklektion 10 år framåt i tiden. Platsen är en medelstor gymnasieskola i Mellansverige. Klass NV3 (Naturvetenskapliga programmet, årskurs 3) påbörjar en matematiklaboration i projektiv geometri.

Lektionen börjar med att eleverna startar sina bärbara datorer som är anslutna till Internet och loggar in på ”Mattezonon”, som är en personligt konstruerad lärmodul där varje elev samlar sina arbeten och sparar en mängd läroobjekt.

Läraren delar in klassen i grupper om fem personer, varje grupp får tre matematiska läroobjekt att arbeta med. Därefter får grupperna i uppgift att studera och diskutera läroobjekten de fått sig tilldelade. Avslutningsvis ska grupperna presentera läroobjekten för de andra grupperna och dela med sig av tankar och idéer som uppkommit under diskussionerna.

Lektionen fortsätter, grupperna börjar laborera med läroobjekten och en livlig diskussion börjar där eleverna testar olika inställningar och betraktar resultaten. Samtidigt går läraren runt i de olika grupperna och ställer frågor och visar på samband och motsägelser. Läraren är lyhörd och svarar på frågorna som spontant dyker upp under laborationen. En del frågor kan inte läraren besvara så att eleverna förstår, dessa svårigheter försöker läraren lösa genom att belysa med en illustrerande Mathlets eller något annat fysiskt läroobjekt. Läraren agerar kunskapstränare.

Läraren är van vid matematiska visualiseringsobjekt och har ett utbrett kontaktnät med ett dussintals kollegor. Varje lärare har, liksom varje student, sin egen lärmodul där han eller hon samlar sitt eget material. I lärmodulen finns ett gemensamt forum där lärare aktivt delar med sig av sina erfarenheter, så att de ständigt är uppdaterade på vad som händer runt om kring dem.

Grupperna avslutar diskussionerna och presenterar i tur och ordning sina läroobjekt för varandra och redovisar resultaten, samt berättar vilka frågeställningar och diskussioner som förekommit i laborationen.

En grupp har studerat läroobjekten på en djupare nivå. De har börjat påverka Mathlets funktioner genom att modifiera programkoden på olika sätt. Detta projekt fortsätter gruppen att vidareutveckla på nästa laboration.

När lektionen är slut får varje grupp en hemuppgift i form av en fråga som har med laborationen och läroobjekten att göra.

14 Resultat

Det framarbetade förslaget till strukturering av lärobjekten i läromodulen är ett viktigt resultat av arbetet. Detta resultat har dock inte i skrivande stund hunnits utvärderas eller testas på målgruppen eftersom läromodulen inte är färdigutvecklad och publicerad ännu.

14.1 Strukturmall - matteportfölj

Detta är ett förslag till hur strukturen i ”matematikportföljen” på UR: s webb skulle kunna se ut.

1. *Introduktion av matematiska begrepp*

- Förklarande text.
- Illustrerande Mathlet.
- Text och bild som förklarar lärobjektets användning i en undervisningssituation.
- Fler sätt att förklara samma sak. Antingen genom fler digitala lärobjekt eller med fysiska lärobjekt.

2. *Verklighetsanknytning*

- Peka på programmen.
- Visa exempel från naturen.
- Illustrerande Mathlet.
- Text och bild som förklarar lärobjektets användning i en undervisningssituation.

3. *Lek och Lär*

- Text som förklarar uppgiften.
- Mathlet som är av lek eller spelkaraktär.
- Text och bild som förklarar lärobjektets användning i en undervisningssituation.

4. *Fördjupningsarbete*

- Text.
- Exempel.
- Uppgifter.
- Mathlets.
- Mm.

5. *Länkar* till anknyttande sidor för fördjupande information

15 Slutsats

Detta arbete har format en tydligare och klarare definition och struktur av vad ett läroobjekt är och hur det kan användas i realiteten. Vidare har läroobjekten, i form av Mathlets, bidragit till att även läromodulens användningsområde och användarsituation klarlagts. Genom användning av läroobjekten har lärare fått tillgång till material som kan väcka intresse för helgdagsmatematik.

Arbetet har även resulterat i en pedagogisk presentation av materialet, vilket har bidragit till en mer ingående förståelse för hur en läromodul kan presenteras.

Dessa nämnda aspekter har bidragit till en vidareutveckling av den matematiska modulen. Utbildningsradion har kommit en bit närmare förståelsen för hur digitalt lärande kan forma sig, hur lärare kan dra nytta av läromoduler och i vilka sammanhang materialet passar in i undervisningen.

Genom utvecklingen av läromodulen kommer lärare att få tillgång till ett verktyg som stöder deras transformation från kunskapsfilter till kunskapstränare. Därmed finns möjligheten till ett nytt tänkande vad gäller pedagogiska strukturer i skolan.

Materialet har, på grund av att projektet i nuläget inte är färdigt, inte hunnit testats på lärare eller andra pedagogiskt kunniga personer. En del av läroobjekten (Mathlets) har dock visats för en grupp lärare på gymnasienivå. Skriftliga svar har inte erhållits då denna rapport skrevs.

16 Förslag på vidareutveckling

Arbetet med Utbildningsradions läromodul har tagit ett steg framåt, men det återstår fortfarande mycket arbete. Nedan följer några viktiga punkter som bör genomföras innan läromodulen kan betraktas som publiceringsbar.

En serie användartester bör utföras på läromodulen för att justera eventuella logiska och strukturella områden. Användartesterna bör utföras på många olika målgrupper, här kan nämnas: lärare, studerande, barn och vuxna med olika bakgrund och geografiskt område.

Områden att testa:

- Den pedagogiska struktur som detta arbete resulterade i.
- Mathlets
- Läromodulens övriga innehåll
- Grafisk layout

Givetvis ska man efter utförda användartester utvärdera resultaten. Detta steg är oerhört viktigt eftersom de är i denna fas lärdomar kan erhållas som sedan kan bidra till erfarenheter i kommande projekt.

17 Litteratur och referensförteckning

17.1 Rapporter:

- [1] Naeve, A. (2001 a) *IT-baserade matematikverktyg på KTH*, 2001, CID-49, TRITA-NA-D0103, Department of Numerical Analysis and Computer Science, KTH, Stockholm.
http://kmr.nada.kth.se/papers/MathematicsEducation/cid_49.pdf
- [2] Naeve, A. (2001 b) *The Knowledge Manifold - an educational architecture that Supports Inquiry-Based Customizable Forms of E-learning*, Proceedings of the 2nd European Web-based Learning Environments Conference (WBLE 2001), Lund, Sweden, October 24-26, 2001. <http://kmr.nada.kth.se/papers/KnowledgeManifolds/KnowledgeManifold.doc>
- [3] Skoglöf, M. och Berild, S. (2004) *Begreppet "läroobjekt"*, mm. (????), 2004
- [4] Loewenberg Ball, D, Bass, H, Kilpatrick, J och Silver, E (2002), *Mathematical Proficiency for All Students: Toward a Strategic Research and Development Program in Mathematics Education*, FÖRLAG SAKNAS ????????, 2002.
- [5] Carlson Ericsson, A (2001), *Skolverkets rapport nr 208, Skolans datorer*, 2001.
- [6] Naeve, A. (1997) *The Garden of Knowledge as a Knowledge Manifold – A Conceptual Framework for Computer Supported Subjective Education*, CID-17, TRITA-NA-D9708, Department of Numerical Analysis and Computer Science, KTH, Stockholm, 1997.
http://kmr.nada.kth.se/papers/KnowledgeManifolds/cid_17.pdf
- [7] Naeve, A. (2001c) *The Work of Ambjörn Naeve in the Field of Mathematics Educational Reform*, 2001, CID-110, TRITA-NA-D0104, Department of Numerical Analysis and Computer Science, KTH, Stockholm, 2001.
http://kmr.nada.kth.se/papers/MathematicsEducation/mathematics_educational_reform.doc
- [8] Naeve, A. and Nilsson, M. (2004), *ICT-enhanced Mathematics Education within the Framework of a Knowledge Manifold*, The 10th International Congress of Mathematics Education (ICME), Copenhagen, Denmark, July 4-11, 2004.
<http://kmr.nada.kth.se/papers/MathematicsEducation/ICME2004-ICT-enhanced-math-ed.pdf>
- [9] Nilsson, M., Naeve, A. (2004), *On designing a global infrastructure for content sharing in mathematics education*, The 10:th International Conference on Mathematics Education (ICME), Copenhagen, Denmark, July 4-11, 2004.
http://kmr.nada.kth.se/papers/MathematicsEducation/ICME2004-On_designing.pdf
- [10] Lundeberg, J och Tengborn, C (2000), *Interaktiva läromedel i ämnet matematik – "Finns det plats för dem i skolan?"*, Examensarbete på CID/NADA, våren 2000,
<http://kmr.nada.kth.se/papers/MathematicsEducation/InteraktivaLaromedeliMatematik.pdf>

17.2 Tidskrifter:

[11] Moreau, H, Skolbarn 2/2003, sid. 12.

17.3 Böcker:

[12] Bergsten, C. (red.) Högskoleverket (1999), *Datorstödd eller datorstörd matematikundervisning*, Högskoleverkets skriftserie 1999:4 S

[13] Dahl, K. och Nordqvist, S. (1995), *Matte med mening – tänka tal och söka mönster*, Alfabetabokförlag, ISBN 91 7712 410 3.

[14] Björkqvist, O. (2003), *Matematikdidaktiken i Sverige – En lägesbeskrivning av forskning och utvecklingsarbete*, Kungl. Vetenskapsakademien, 2003, ISSN: 1102 - 4771.

[15] Löwing, M. (2004), *Matematikundervisningens konkreta gestaltning – En studie av kommunikationen lärare – elev och matematiklektionens didaktiska ramar*, FÖRLAG SAKNAS, 2004

18 Relevanta webbplatser

18.1 Mathlets:

18.1.1 Funktioner:

<http://www.interactive-resources.co.uk/mathspack2/fmachine/function.html>

http://matti.usu.edu/nlvm/nav/frames_asid_191_g_4_t_2.html

<http://www.shodor.org/interactivate/activities/fm/index.html>

<http://www.univie.ac.at/future.media/moe/galerie/diff1/diff1.html>

<http://www.ies.co.jp/math/java/calc/doukan/doukan.html>

18.1.2 Mönster:

<http://standards.nctm.org/document/eexamples/chap4/4.1/index.htm>

http://www.harcourtschool.com/elab/act_8_12.html

<http://www.geom.uiuc.edu/java/Kali/program.html>

18.1.3 Geometri:

<http://www.slu.edu/classes/maymk/Applets/Derivatives2.html>

<http://www.ies.co.jp/math/java/geo/gaikaku/gaikaku.html>

<http://www.ies.co.jp/math/java/geo/pytha2/pytha2.html>

<http://www.cut-the-knot.org/pythagoras/morey.shtml>

<http://www.cut-the-knot.org/pythagoras/PythDroodle.shtml>

18.1.4 Fraktaler:

http://www.cut-the-knot.org/do_you_know/dimension.shtml

<http://www.geocities.com/CapeCanaveral/2854/>

<http://math.rice.edu/~lanius/fractals/sierjava.html>

18.2 Matematiska visualiseringsapplikationer:

- [16] 18.2.1 Graphing Calculator:
<http://www.pacifict.com/Home.html>
- [17] 18.2.2 Geometric Sketchpad:
<http://www.keypress.com/sketchpad/>
- [18] 18.2.3 Cabri:
<http://www.cabri.net/cabri2/accueil-e.php>
- [19] 18.2.4 Cinderella:
<http://www.cinderella.de/en/home/index.html>
- [20] 18.2.5 Projective Drawing Bord:
<http://kmr.nada.kth.se/papers/MathematicsEducation/ProjectiveDrawingBoard.pdf>
- [21] 18.2.6 CyberMath:
<http://kmr.nada.kth.se/math/cybermath.html>
- [22] 18.2.7 Mathematica
<http://www.wolfram.com/products/mathematica/index.html>
- [23] 18.2.8 Maple
<http://www.mapleapps.com/>
- [24] 18.2.9 Matlab
<http://www.mathworks.com/>

18.3.1 Övrigt:

- [25] Utbildningsradions webbplats:
<http://www.ur.se/ur/start.php?s1=omur>
- [26] KMR gruppens matematikdidaktik:
<http://kmr.nada.kth.se/math>

Bilaga 1

Analys och val av Mathlets

Nedan följer ett antal Mathlets som valts ut och placerats i logiska nivåer (1 = lätt, 5 = svår). Meningen är att användaren först ska betrakta nivå ett för att sedan gå vidare till nästa nivå för att fördjupa sina kunskaper.

(Alla läroobjekt nedan är länkade till dess hyperlänk. Tryck på Ctrl + den Mathlet du vill se)

Funktioner:

1. Function Machine #1
2. Function Machine #4
3. Function Machine #3
4. Derivatapussel
5. Derivatasurf

Mönster:

1. Triangle Pattern
2. Making Patterns
3. Java Kali

Geometri – figurer

1. Tangram Puzzles
2. 3D-ellips
3. Tracing and naming faces
4. Sum of outer angles of a polygon
5. Pythagoras sats #2
6. Pythagoras sats #3
7. Pythagoras sats #4

Naturen

1. Fractals curves and Dimension
2. Mandelbrot set explorer
3. The Sierpinski Triangle

Motivation

Hur går man tillväga när dessa läroobjekt väljs ut? Genom att analysera insamlat material kan svaga och starka egenskaper hos läroobjekten vägas mot varandra. Hänsyn måste också tas till valda matematiska problemområden, ovan nämnt som punkter. Om fler i angiven målgrupp kan tänkas ha användning av läroobjekten är detta givetvis en fördel.

Funktioner:

1. Function machine #1

Motivation: Ett bra sätt att förklara vad en funktion är. En fördel är att man kan välja om man vill se vad för slags operation maskinen gör. Den kan även döljas. Grafisk överskådlig.

Användningssituation: Lärare, lärare i undervisning, elever hemma, distansundervisning och elever i grupp.

Logiknivå: 1

2. Function Machine #4

Motivation: Bra sätt att förstå funktioner och samtidigt lära sig matte. Bra med olika svårhetsgrader.

Användningssituation: Lärare, lärare i undervisning, elever hemma, distans.

Logiknivå: 2

3. Function Machine #3

Motivation: Lätt att förstå, kul att klura, illustrerar bra vad en funktion är. Bra med text som förklarar om man vill! Dessutom kan man rita grafer.

Användarsituation: Lärare, lärare i undervisning, elever hemma, distans och elever i grupp.

Logiknivå: 3

4. Derivatapussel

Motivation: Ger en bra blick för vad funktion, derivata och andra derivata är för något. Går att öva på flera olika kurvor för att förstå sammanhanget

Användarsituation: Lärare, lärare i undervisning, distans och elever i grupp (efter genomgång).

Logiknivå: 5

5. Derivatasurf

Motivation: Ger en förståelse för vad derivata betyder genom att förklara lutningen på en kurva på ett lättförståeligt sätt

Användarsituation: Lärare, lärare i undervisning, distans och elever i grupp (efter genomgång).

Logiknivå: 4

Mönster:

1. Triangle Pattern

Motivation: Kan väcka intresse för matematik. Häpnadsväckande mönster uppstår.

Användarsituation: Lärare, lärare i undervisning, elever hemma, distans och elever i grupp.

Logiknivå: 1

2. Making Patterns

Motivation: Kul att se hur olika mönster uppkommer. Bra med uppgifterna som inte alls är så lätta.

Användarsituation: Lärare, elever hemma, distans och elever i grupp.

Logiknivå: 2

3. Java Kali

Motivation: Ett roligt och spännande verktyg att rita mönster med. Går att använda för såväl små som stora elever, dessutom kan man som lärare lätt välja vilken logiknivå man vill lägga undervisningen på.

Användarsituation: Lärare, lärare i undervisning, distans, elever i grupp och elev hemma

Logiknivå: 1-5

Geometri – figurer:

1. Tangram Puzzles

Motivation: Framförallt är det ett roligt, men också bra för det gäller att tänka till för att lösa mönstret. Hjälper till att få förståelse för geometriska figurer. Om man fastnar finns hjälp.

Användarsituation: Lärare, distans och elever hemma.

Logiknivå: 1

2. 3D-ellips

Motivation: Mycket bra sätt att visa hur en geometrisk figur ser ut i 3D. Bra att man kan snurra och vrida för vidare beskådan.

Användarsituation: Lärare, lärare i undervisning, elever hemma, distans och elever i grupp.

Logiknivå: 2

3. Tracing and naming faces

Motivation: Ett bra sätt att träna på att tänka i tre dimensioner. Bra med en förklarande text.

Användarsituation: Lärare, lärare i undervisning, elever hemma, distans och elever.

Logiknivå: 3

4. Sum of outer angles of a polygon

Motivation: Ett mycket elegant och lättförståligt exempel att illustrera yttervinklarna i en polygon.

Användarsituation: Lärare, lärare i undervisning, elever hemma och elever i grupp.

Logiknivå: 4

5. Pythagoras sats #2

Motivation: Att du här själv får pussla ihop beviset. Finns även en bild på det skriftliga beviset.

Användarsituation: Lärare, lärare i undervisning och elever i grupp (efter genomgång).

Logiknivå: 5

6. Pythagoras sats #3

Motivation: Ger en bra och överskådlig blick över problematiken kring satsen

Användarsituation: Lärare, lärare i undervisning och elever i grupp (efter genomgång).

Logiknivå: 3

7. Pythagoras sats #4

Motivation: Här illustreras beviset på ett enkelt och lättförståligt sätt genom att låta kvadraterna snurra runt.

Användarsituation: Lärare, lärare i undervisning och elever i grupp (efter genomgång).

Logiknivå: 3

8. Exploring Angle Sums Using Half Turns

Motivation: Här kan man betrakta olika geometriska figurer (triangel, rektangel, pentagon och hexagon)

Användarsituation: Lärare, lärare i undervisning och elever i grupp

Logiknivå: 3

Naturen

1. Fractals curves and Dimension

Motivation: Mycket text som förklarar omständigheterna. Här finns även flera typexempel på vad fraktaler är.

Användarsituation: Lärare, lärare i undervisning och elever i grupp.

Logiknivå: 1

2. Mandelbrot set explorer

Motivation: Ett bra och pedagogiskt sätt att förklara vad en fraktal är. Förklarande text finns

Användarsituation: Lärare, lärare i undervisning, distans, elever hemma och elever i grupp.

Logiknivå: 2

3. The Sierpinski Triangle

Motivation: Ytterligare beskrivning vad fraktaler innebär.

Användarsituation: Lärare, lärare i undervisning, distans och elever hemma.

Logiknivå: 3